

Übungsblatt 1 Integralrechnung im \mathbb{R}^1

1. Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

a) $\int (x^3 + 5x^2 - 7x + 1) \cdot dx$

b) $\int \frac{7}{x^3} dx$

c) $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} dx$

d) $\int (\sqrt[3]{x^4} + 1) dx$

e) $\int \frac{1}{2 \sin^2 x} dx$

f) $\int 3 \cdot 2^x dx$

g) $\int \frac{\sinh x}{e^{\tan x} + 1} t dt$

h) $\int \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^2(x+1)^2} dx$

i) $\int \frac{2 \sin 2x}{3 \cos x} dx$

j) $\int \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cos^2 x} dx$

Bestimmen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

2.

a) $\int_0^1 3e^x dx$

b) $\int_0^1 \frac{4du}{1+u^2}$

c) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\sin^2 x + 1}{\sin^2 x} dx$

d) $\int_0^8 (\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt{x}) dx$

3. Zum Üben und Wiederholen

Integrieren Sie unter Verwendung der Substitutionsregel:

- a) $\int \sqrt[3]{2x-7} dx$ b) $\int \frac{1}{-x+1} dx$ c) $\int 2^{3x+6} dx$
- d) $\int \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}\right) dx$ e) $\int \frac{1}{1+(x+1)^2} dx$ f) $\int \frac{4}{\cos^2(4t-5)} dt$
- g) $\int t \cdot \sqrt[3]{t^2-7} dt$ h) $\int \frac{3x}{-x^2+1} dx$ i) $\int x \cdot e^{2x^2+3} dx$
- j) $\int 7 \cos^7(x) \sin(x) dx$ k) $\int (1-2 \sin(x))^3 \cdot \cos(x) \cdot dx$
- l) $\int \frac{\sin x}{\cos^4 x} dx$ m) $\int \tan x \cdot dx$ n) $\int \frac{\text{Arc sin } x}{2 \cdot \sqrt{1-x^2}} \cdot dx$
- o) $\int \frac{\sqrt{2 \ln x + 3}}{3x} dx$ p) $\int e^x \cdot \cos e^x dx$ q) $\int e^{\cos x} \cdot \sin x \cdot dx$
- r) $\int \frac{dx}{1+4x^2}$ s) $\int \frac{dx}{2+4x^2}$ t) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-3x^2}}$
- u) $\int \frac{1}{x^2-10x+34} dx$ v) $\int \frac{1}{3x^2-6x+30} dx$

Lösungen – Übungsblatt 1:

1),

a) $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{5}{3}x^3 - 3,5x^2 + x + C$

b) $F(x) = -\frac{7}{2} \cdot x^{-2} + C$

c) $F(x) = \frac{6}{7} \cdot x^{\frac{7}{6}} + C$

d) $F(x) = \frac{3}{7} \cdot x^{\frac{7}{3}} + x + C$

e) $F(x) = -\frac{1}{2} \cot(x) + C$

f) $F(x) = 3 \cdot \frac{2^x}{\ln 2}$

g) $F(x) = \frac{\sinh(x)}{e^{\sinh x} + 1} \cdot \frac{t^2}{2} + C$

h) $F(x) = \ln x + C$

i) $F(x) = -\frac{4}{3} \cos x + C$

j) $F(x) = -\frac{1}{2} \cos x + C$

2)

a) 5,15

b) π

c) 1,79

d) 49,4



3)

a) $F(x) = \frac{3}{8}(2x-7)^{\frac{4}{3}} + C$

b) $F(x) = -\ln(-x+1) + C$

c) $F(x) = \frac{1}{3 \ln 2} 2^{3x+6} + C$

d) $F(x) = 2 \cos\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}\right) + C$

e) $F(x) = \arctan(x+1) + C$

f) $F(x) = \tan(4x-5) + C$

g) $F(x) = \frac{3}{8}(x^2-7)^{\frac{4}{3}} + C$

h) $F(x) = -1,5 \ln(-x^2+1) + C$

i) $F(x) = \frac{1}{4}e^{2x^2+3} + C$

j) $F(x) = -\frac{7}{8} \cos^8 x + C$

k) $F(x) = -\frac{1}{8}(1-2 \sin x)^4 + C$

l) $F(x) = \frac{1}{3 \cos^3 x} + C$

m) $F(x) = -\ln(\cos x) + C$

n) $F(x) = \frac{1}{4 \sin^2 x} + C$

o) $F(x) = \frac{1}{9}(2 \ln x + 3)^{\frac{3}{2}} + C$

p) $F(x) = \sin(e^x) + C$

q) $F(x) = -e^{\cos x} + C$

r) $F(x) = \frac{1}{2 \tan(2x)} + C$

s) $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{2} \tan(\sqrt{2}x)} + C$

t) $F(x) = \frac{1}{\sqrt{3} \sin(\sqrt{3}x)} + C$

u) $F(x) = \frac{1}{3} \arctan\left(\frac{x-5}{3}\right) + C$

v) $F(x) = \frac{1}{9} \arctan\left(\frac{x-1}{3}\right) + C$