
Nachrichtentechnische Kenngrößen

Dipl.-Ing. Guido Heising

Übungstermine

Nr.	Thema	Datum Gruppe a1	Datum Gruppe a2
1	Einführung/1.Übung	10. Apr	17. Apr
2	2. Übung	24. Apr	29. Mai
3	3. Übung	8. Mai	12. Jun
4	Projekt	5. Jun	26. Jun
5	Projekt	19. Jun	10. Jul
6	Projekt	3. Jul	
7	Projektvorstellung	17. Jul	17. Jul (ab 19.15)

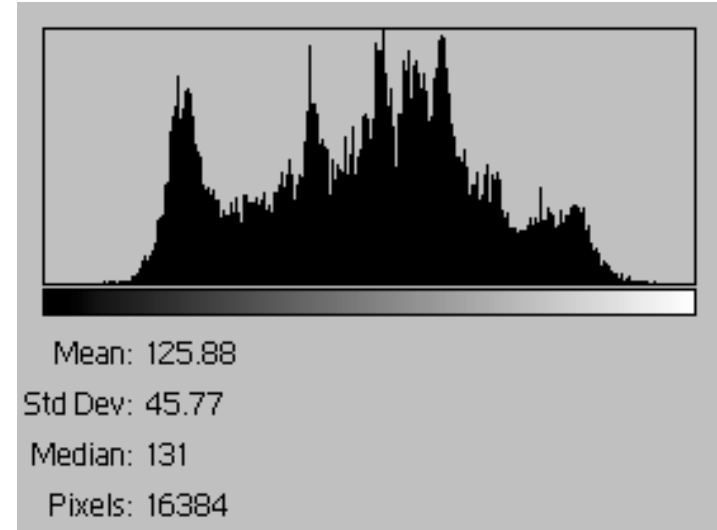
Statistische Kenngrößen

- Histogramm / Amplitudendichteverteilung
- Mittelwert μ
- Medianwert
- Leistung P
- Varianz σ^2 und Standardabweichung σ
- Signal-Rauschabstand SNR
- Peak Signal-Rauschabstand PSNR

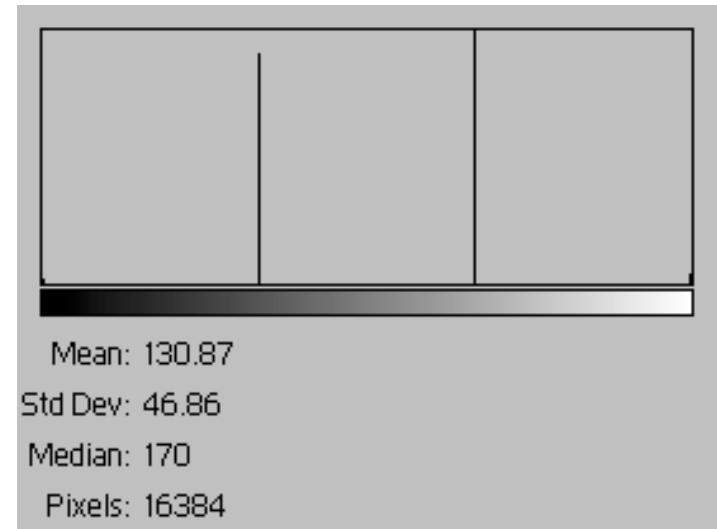
Histogramm (Amplitudendichteverteilung)



Photoshop:
Image->histogram



Photoshop:
Image->adjust
->posterize (4 level)
Image->histogram



Kontrast und Helligkeitsänderung

- Pixelintensität j
- Helligkeitsänderung h
- Kontraständerung k
- Neue Pixelintensität $f(j)$

Helligkeit: $f(j) = j + h$

Kontrast: $f(j) = k \cdot j$

Helligkeit und Kontrast:

$$f(j) = k \cdot (j - 128) + 128 + h$$

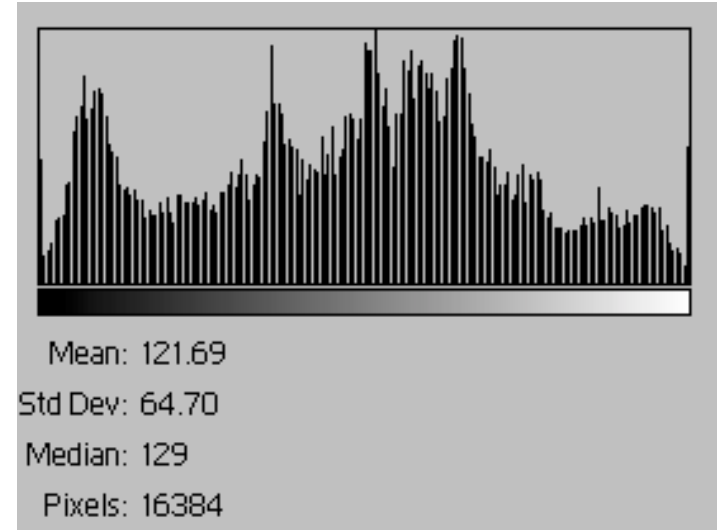
Histogramm



Photoshop:

Image->adjust
->brightness/contrast

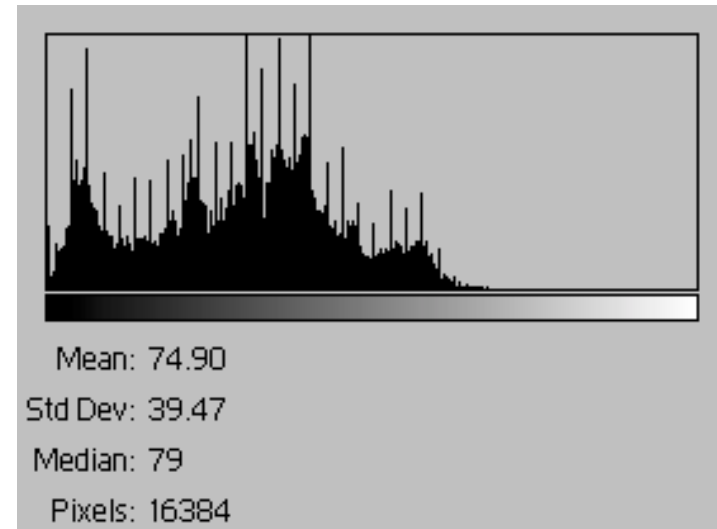
Image->histogram



Photoshop:

Image->adjust
-> brightness/contrast

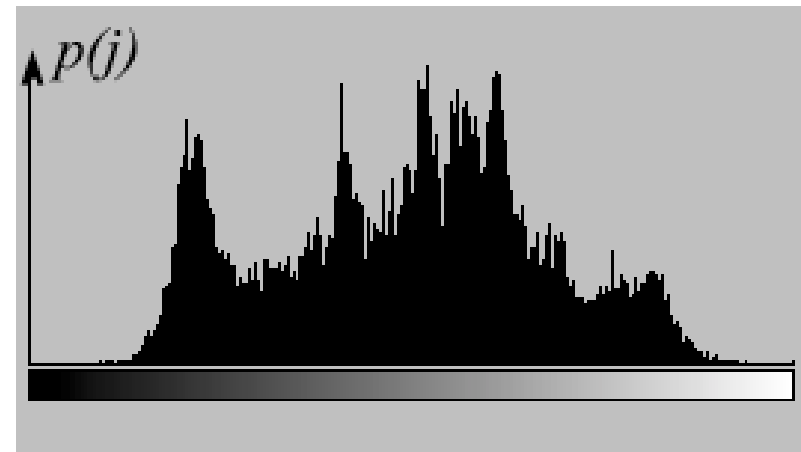
Image->histogram



Amplitudendichteverteilung (ADV)

- J = Anzahl der möglichen unterschiedlichen Intensitäten
z. B. bei 8 Bit: $J = 2^8 = 256$, d. h. $j \in \{0, \dots, 255\}$
- $p(j)$ = **Wahrscheinlichkeit der Intensität j**
Kann durch die **Häufigkeit der Intensität j** , normiert
auf Pixelanzahl ($=M \cdot N$), approximiert werden.

$$\sum_{j=0}^{J-1} p(j) = 1$$



Mittelwert (μ)

- μ = Durchschnitt der Intensitäten
- Bei Bildern ist $\mu \geq 0$
- Bildbeispiel aus 4 Bildpunkten:
- Berechnung über Pixelwerte:

$$f(m, n) = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\mu = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) = \frac{1}{2 \cdot 2} (f(0,0) + f(1,0) + f(0,1) + f(1,1)) = \frac{4+4+6+8}{4} = 5,5$$

- Berechnung über Intensitätswahrscheinlichkeit (ADV):

$$\mu = \sum_{j=0}^{J-1} j \cdot p(j) = 4 \cdot p(4) + 6 \cdot p(6) + 8 \cdot p(8) = 4 \cdot \frac{1}{2} + 6 \cdot \frac{1}{4} + 8 \cdot \frac{1}{4} = 5,5$$

Median-, Max- und Min-Wert

- Ordnung der Bildpunkte nach der Intensität
 $sort[f(m, n)] \rightarrow (\text{Position}, \text{Wert}): \{(1,8), (2,6), (3,4), (4,4)\}$
- Der **Median** ist der Wert an der **mittleren Position**
Bei geradzahliger Anzahl an Bildpunkten muss die Position gerundet werden:
 $round(2,5) = 3 \rightarrow \text{Median}=4$
- Der **Max-Wert** ist der Wert an **erster Position**
- Der **Min-Wert** ist der Wert an **letzter Position**

Leistung P

- Berechnung über Pixelwerte:
(Mittelwert der Summe der quadrierten Helligkeiten)

$$P = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m,n)^2 = \frac{1}{2 \cdot 2} (f(0,0)^2 + f(1,0)^2 + f(0,1)^2 + f(1,1)^2) = \frac{4^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2}{4} = 33$$

- Berechnung über Intensitätswahrscheinlichkeit (ADV):

$$P = \sum_{j=0}^{J-1} j^2 \cdot p(j) = 4^2 \cdot p(4) + 6^2 \cdot p(6) + 8^2 \cdot p(8) = 16 \cdot \frac{1}{2} + 36 \cdot \frac{1}{4} + 64 \cdot \frac{1}{4} = 33$$

Varianz σ^2

- Berechnung über Pixelwerte:

Mittlere quadratische Abweichung vom Mittelwert

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} [f(m,n) - \mu]^2 = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} [f(m,n)^2 - 2f(m,n)\mu + \mu^2] \\ &= \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m,n)^2 - \frac{2\mu}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m,n) + \frac{\mu^2}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} 1 = P - 2\mu\mu + \mu^2 \\ &= 33 - 5,5^2 = 33 - 30,25 = 2,75\end{aligned}$$

- Berechnung über Intensitätswahrscheinlichkeit (ADV):

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \sum_{j=0}^{J-1} (j - \mu)^2 \cdot p(j) = (4 - 5,5)^2 \cdot p(4) + (6 - 5,5)^2 \cdot p(6) + (8 - 5,5)^2 \cdot p(8) \\ &= 2,25 \cdot \frac{1}{2} + 0,25 \cdot \frac{1}{4} + 6,25 \cdot \frac{1}{4} = 1,125 + 1,625 = 2,75\end{aligned}$$

- Standardabweichung σ

Bestimmung der objektiven Bildqualität

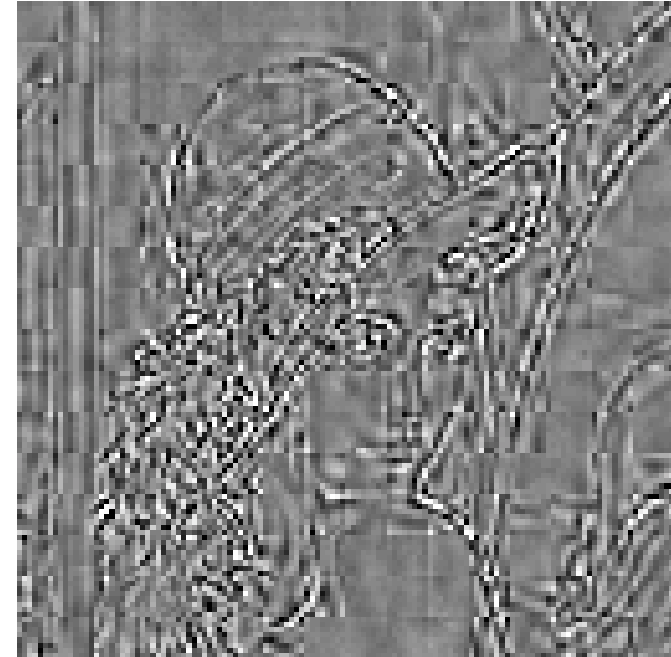
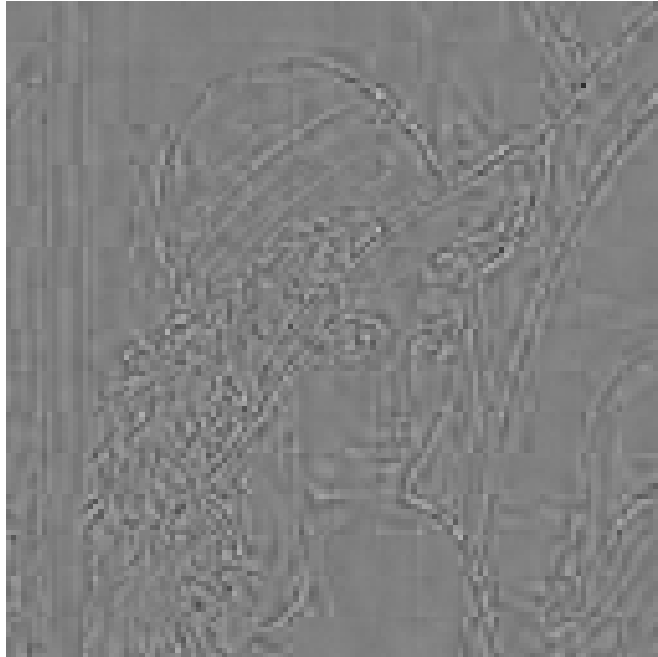


Original
16384 Bytes

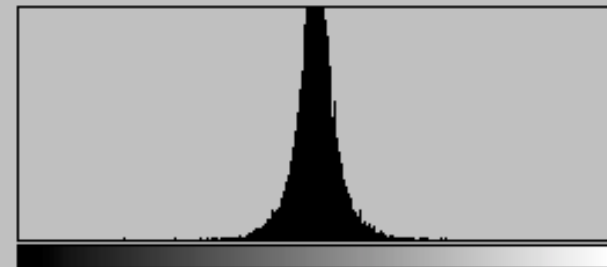


JPEG kodiert
1719 Bytes

Differenzbild zeigt Fehler



Rechts kontrastverstärkt
Jeweils mit einem Offset von
128 versehen



Mean: 127.86
Std Dev: 9.37
Median: 128
Pixels: 16384

Bildqualität (Fehler, MSE)

- Bildfehler $e(m,n)$

$$e(m,n) = f(m,n) - \hat{f}(m,n) = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 8 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

- **Mean Square Error (MSE, mittlerer quadratischer Fehler)** = Fehlerleistung P_e = Fehlervarianz σ_e , da i.d.R. mittelwertfrei ($\mu=0$)

$$MSE = P_e = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} e(m,n)^2 = \frac{1}{4} \left((-1)^2 + 0^2 + (-2)^2 + 1^2 \right) = 1,5$$

Signalqualität (SNR), Pegel (a)

- **Signal-Rausch-Abstand SNR** (Signal to Noise Ratio)
= logarithmisches Verhältnis aus Signal- und Fehlerleistung

$$SNR = 10 \cdot \log_{10} \frac{P_x}{P_e} [dB]$$

$$a = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{P_x}{P_0} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{U_x^2 / R}{U_0^2 / R} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{U_x}{U_0} \right) \text{ mit}$$

U_x = Nutzsignalspannung,

U_0 = Referenzpegel (0,775 V = 1mW an $R = 600\Omega$)

(Studiopegel = 6 dB)

Dezibel (dB)

- $10^y = a \rightarrow \log_{10} 10^y = \log_{10} a \rightarrow y = \log_{10} a$

- Logarithmenrechenregeln:

$$\log_{10} a^b = b \log_{10} a$$

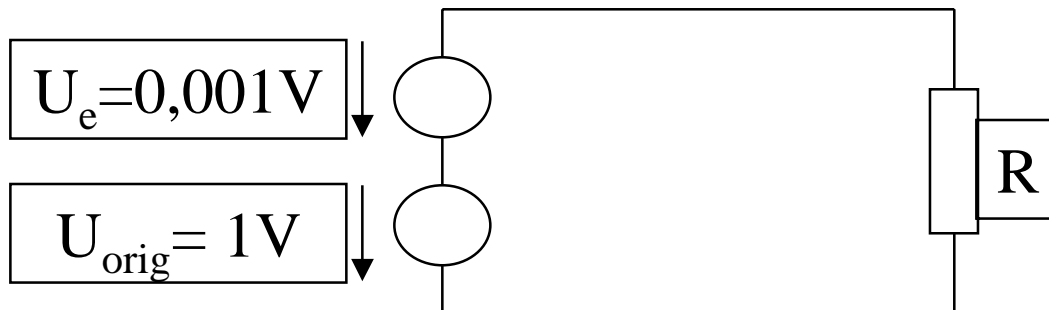
$$\log_{10} a * b = \log_{10} a + \log_{10} b$$

$$\log_{10} a / b = \log_{10} a - \log_{10} b$$

a	1,41=2 ^{1/2}	2	6	10	20
log₁₀a [dB]	0,15	0,3	0,78	1	3

Beispiel zum SNR (Cassettenrekorder)

- Signal vom Cassettenrekorder zum Verstärker



$$\begin{aligned} SNR &= 10 \cdot \log_{10} \frac{P_{orig}}{P_e} \\ &= 10 \cdot \log_{10} \frac{R \cdot U_{orig}^2}{R \cdot U_e^2} \\ &= 20 \cdot \log_{10} \frac{U_{orig}}{U_e} \\ &= 20 \cdot \log_{10} \frac{1}{0,001} \\ &= 60 \text{ dB} \end{aligned}$$

Bildqualität (PSNR)

- Bei Bildern wird der PSNR-Wert verwendet (Peak Signal to Noise Ratio)
Bezug auf maximal mögliche Leistung 255^2

$$SNR = 10 \cdot \log_{10} \frac{P_{orig}}{P_e} \quad \longleftarrow 255^2$$

$$PSNR = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{255^2}{P_e} \right) = 10 \cdot \log_{10} \frac{M \cdot N \cdot 255^2}{\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} e(m, n)^2}$$

$$= 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{255^2}{1,5} \right) = 10 \cdot \log_{10} (43350) = 10 \cdot \log_{10} (10^4 \cdot 2 \cdot 2,1675)$$

$$= 10 \cdot \log_{10} (10^4) + 10 \cdot \log_{10} (2) + 10 \cdot \log_{10} (2,1675)$$

$$= 40 + 3,01 + 10 \cdot \log_{10} (2,1675) \approx 46 \text{ dB}$$

Quantisierungsfehler

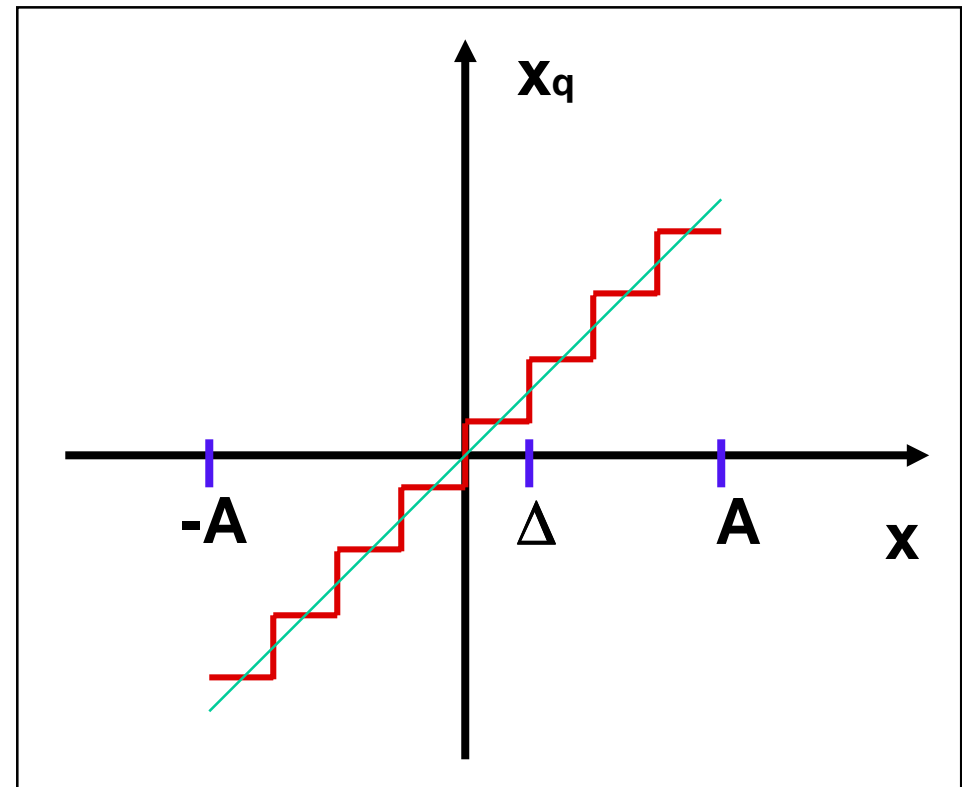
Gleichverteiltes Signal mit Werten im Bereich von $-A$ bis A

Gleichförmige Quantisierung
mit m Bits,

2^m Stufen ($\Delta =$ Quantisierungsstufenhöhe)

$$\Delta \cdot 2^m = 2 \cdot A$$

Quantisierungsfehler: $e = x - x_q$



Gleichförmige Quantisierung

Bei gleichverteilten Signalen mit Werten im Bereich von $-A$ bis A (mittelwertfrei) und einer Quantisierung mit m Bits, gilt:

Quantisierungsfehlerleistung P_q

$$\begin{aligned} P_q &= \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} e^2 \cdot p_e(e) de = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} e^2 \cdot \frac{1}{\Delta} de = \left[\frac{e^3}{3} \cdot \frac{1}{\Delta} \right]_{-\Delta/2}^{\Delta/2} = \frac{(\Delta/2)^3}{3\Delta} - \frac{(-\Delta/2)^3}{3\Delta} \\ &= \frac{\Delta^2}{3 \cdot 8} - \frac{-\Delta^2}{3 \cdot 8} = \frac{\Delta^2}{12} \end{aligned}$$

$$P_x = \int_{-A}^A x^2 \cdot p_x(x) dx = \int_{-A}^A x^2 \cdot \frac{1}{2A} dx = \left[\frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{2A} \right]_{-A}^A = \frac{A^3}{6A} - \frac{(-A)^3}{6A} = \frac{A^2}{3}$$

Gleichförmige Quantisierung

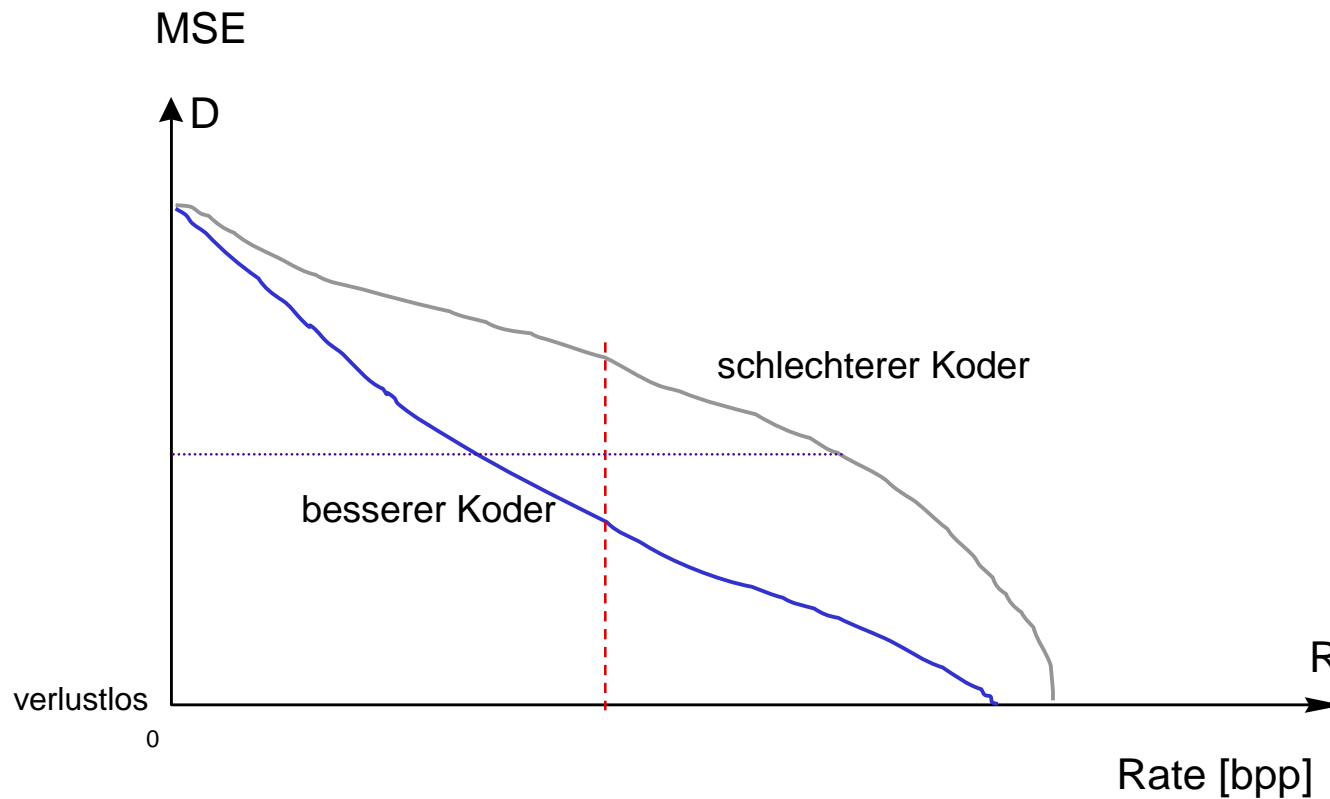
$$\begin{aligned} SNR &= 10 \log_{10} \frac{P_x}{P_e} = 10 \log_{10} \frac{A^2 / 3}{\Delta^2 / 12} \\ &= 10 \log_{10} \frac{4 \cdot A^2}{\Delta^2} = 20 \log_{10} \frac{2 \cdot (\Delta \cdot 2^{m-1})}{\Delta} \\ &= 20 \log_{10} (2^m) = m \cdot 20 \log_{10} (2) \\ &= 6,02 \cdot m [dB] \end{aligned}$$

Mit jedem Bit verdoppelt sich die Anzahl der Quantisiererstufen und erhöht sich der SNR um 6,02 dB .

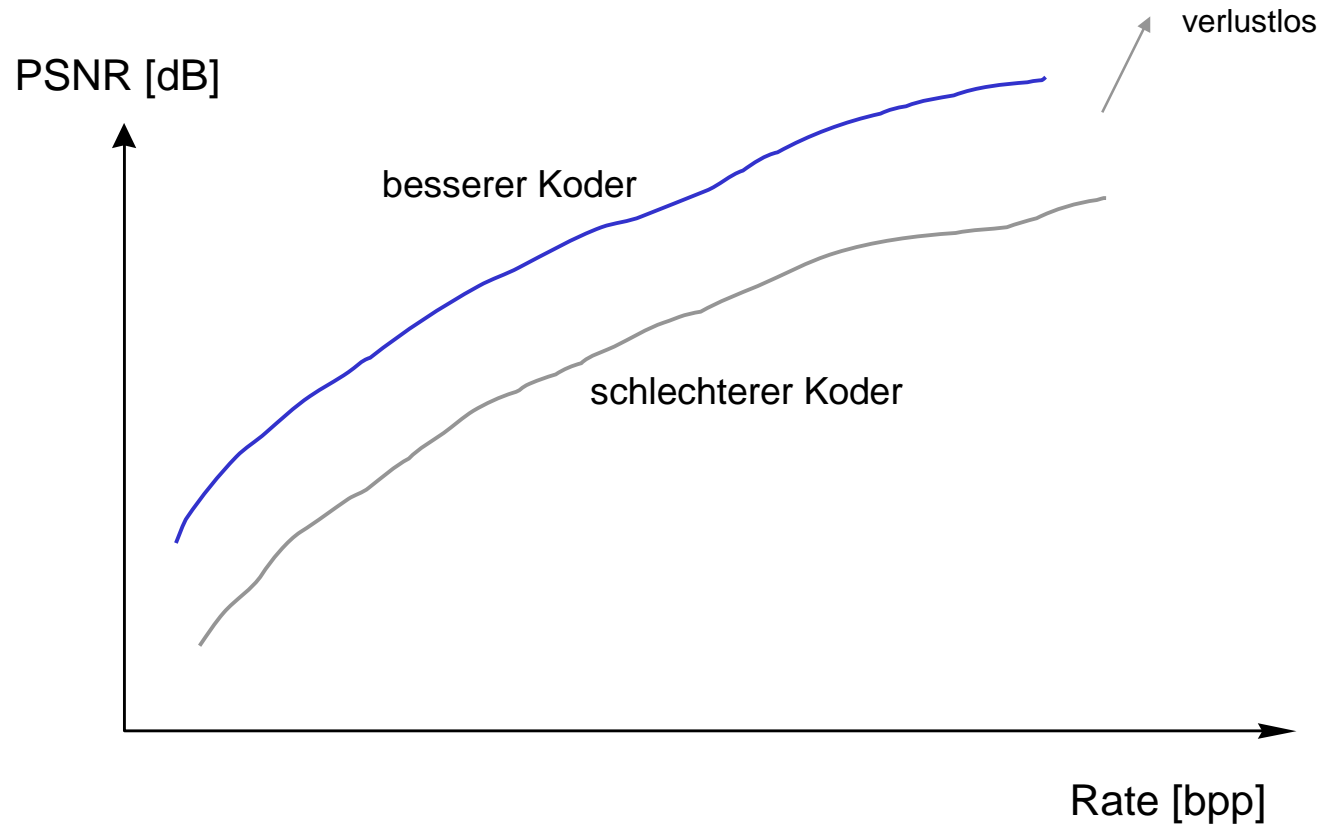
$$SNR = 6,02 \cdot m + a [dB]$$

Für nicht gleichverteilte Signale ändert sich der SNR um einen additiven Faktor a . (Bildsignale: $a=0$; Sprach- u. Audiosignale: $a=-7,27$ dB; Sinussignale $a=1,76$ dB)

Kodierungsvergleich (MSE/Rate)

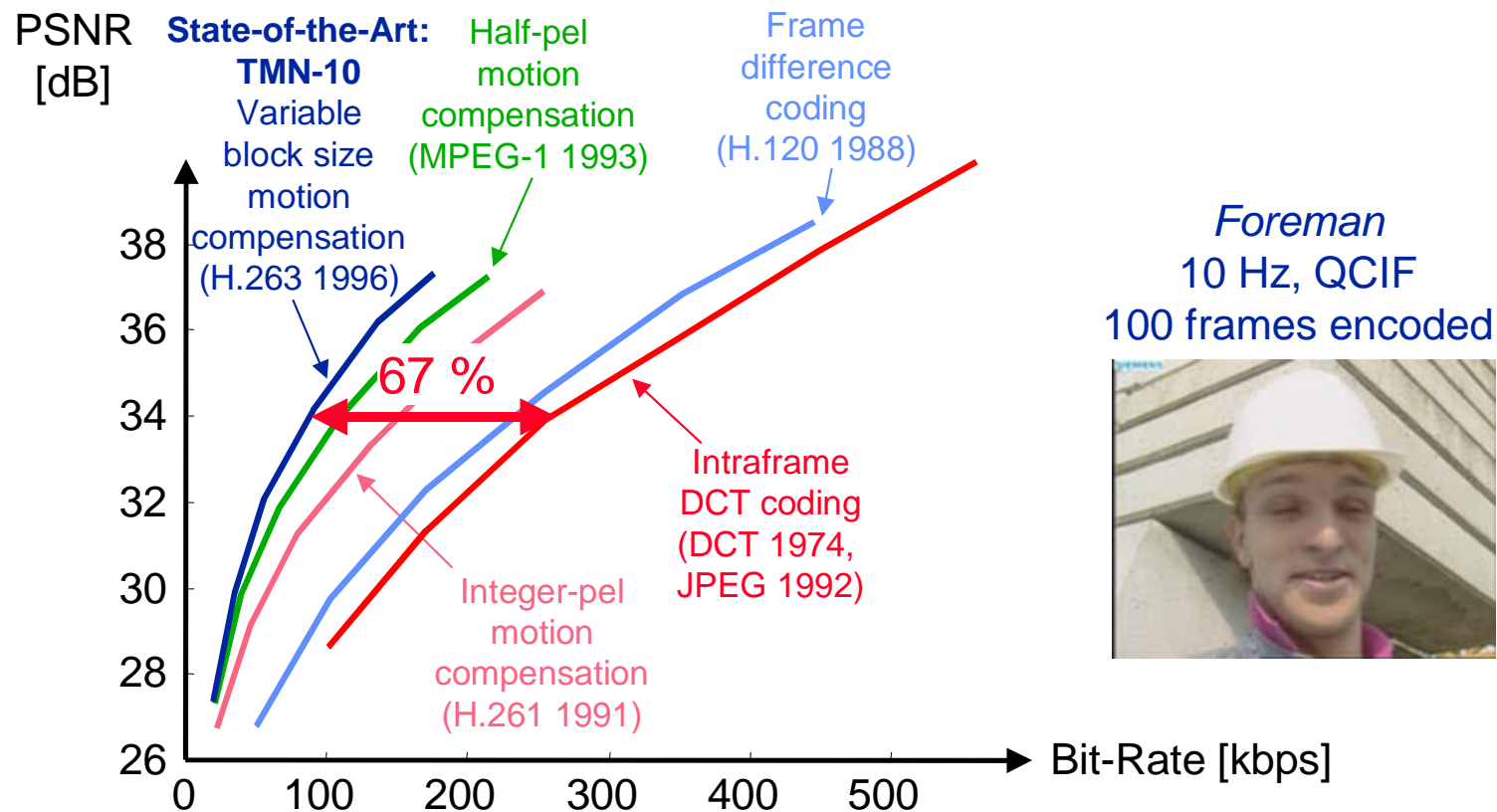


Kodierungsvergleich (PSNR/Rate)



Vergleich von Videostandards

Efficiency of Motion Compensation: Foreman



Subjektive Qualität bei Bildern

Mean Opinion Score (MOS)

MOS Wert	Qualität	Vergleich zum Original	PSNR[dB]
5	exzellent	keine wahrnehmbare Verzerrung (transparente Kodierung)	> 37
4	gut	wahrnehmbar, aber nicht störend	31-37
3	mittel	leicht störende Verzerrungen	25-31
2	gering	störende Verzerrungen	20-25
1	schlecht	kaum erkennbar, stark störend	< 20